ČÍSELNÉ SOUSTAVY

Pravidla pro zápis čísla pomocí číslic nazýváme ***číselnou soustavou***. Z běžného života známe soustavy desítkovou, šedesátinnou (čas) a římskou.

Obecně tedy můžeme vyjádřit pravidlo zápisu čísla mnohočlenem (polynomem):

$x_m * g^{m} + x_{m-1} * g^{m-1} + \dots + x_1 * g^{1} + x_0 * g^{0} + x_{-1} * g^{-1} + \dots + x_{-n} * g^{-n}$

Např.: $3542{,}395_{(10)} = 3*10^3 + 5*10^2 + 4*10^1 + 2.10^0 + 3*10^{-1} + 9*10^{-2} + 5*10^{-3}$

Pozn.: Znak * představuje znaménko krát (násobení).

Každá číselná soustava, která zobrazuje čísla pomocí mnohočlenu (polynomu), se nazývá polyadická (polynomická) číselná soustava o základu **g** (desítková soustava má základ 10).

Počítače mají však logické obvody, které pracují se dvěma logickými stavy (zapnuto = 1, vypnutu = 0), a proto je základem dnešních počítačů technologie založená na dvojkové soustavě, kterou již 3 000 let př. n. l. objevil čínský císař Fou-Hi, za novodobého průkopníka dvojkové soustavy považujeme Gottfrieda Wilhelma Leibnitze (1646-1716).

Dvojková (binární) soustava

Je to polyadická číselná soustava o základu g = 2. Dvojková soustava používá pouze dvě číslice, nulu a jedničku, ale i tak lze zobrazit ve dvojkové soustavě jakékoliv číslo (i když někdy nepřesně – reálná čísla).

Těmito prostými číslicemi zvanými bity (z anglického výrazu pro dvojkovou číslici – BInary digiT) lze vyjádřit jakékoli číslo tím, že ho rozložíme na součet postupných mocnin se základem 2, tj. na čísla: $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, atd. Pokud se při tomto rozkladu příslušná mocnina v daném řádu vyskytuje, zapisujeme ji jako 1, chybí-li píšeme 0. Pro lepší představu přepisu prvních deseti čísel z desítkové do dvojkové soustavy poslouží následující tabulka:

Číslo desítkové	Rozklad na posloupnost mocnin	Zápis ve dvojkové soustavě
0		0000
1	$1*2^0$	0001
2	$1 * 2^1 + 0 * 2^0$	0010
3	$1 * 2^1 + 1 * 2^0$	0011
4	$1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 0 * 2^0$	0100
5	$1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * {}^{20}$	0101
6	$1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0$	0110
7	$1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$	0111
8	$1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 0 * 2^0$	1000
9	$1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$	1001

Osmičková (oktalová) soustava

Je to polyadická číselná soustava o základu g = 8. Používá osm číslic: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Desítková (dekadická) soustava

Je to polyadická číselná soustava o základu g = 10. Používá číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Šestnáctková (hexadecimální) soustava

Je to polyadická číselná soustava o základu g = 16. Používá šestnáct číslic (znaků): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F (místo 10, 11, 12, 13, 14, 15). Šestnáctková soustava se používá například pro zápis barvy v HTML kódu. Je to v podstatě zkrácená forma zápisu dvojkové soustavy.

Převody mezi různými číselnými soustavami

Převod z desítkové soustavy do jiné (dvojkové, osmičkové, šestnáctkové...)

Původní číslo dělíme dvěma dokud není podíl nulový a zapisujeme zbytky po dělení (0 nebo 1), které poté čteme zprava do leva.

Př.: $46_{(10)}$ = 46/2 = 23/2 = 11/2 = 5/2 = 2/2 = 1/2 =0

0 1 1 1 0 1

čteme

=> $46_{(10)} = 101110_{(2)}$

nebo

123 : 2 = 61	zbytek 1
61 : 2 = 30	zbytek 1
30 : 2 = 15	zbytek 0
15 :2 = 7	zbytek 1
7 : 2 = 3	zbytek 1
3 : 2 = 1	zbytek 1
1 :2 = 0 (konec)	zbytek 1

Tedy $123_{(10)} = 1111011_{(2)}$

Př.: $46_{(10)}$ = 46/8 = 5/8 = 0

6 5

čteme

=> $46_{(10)} = 56_{(8)}$

nebo

123 : 8 = 15	zbytek 3
15 : 8 = 1	zbytek 7
1 : 8 = 0	zbytek 1

Tedy $123_{(10)} = 173_{(8)}$

Př.: $1016_{(16)}$ = 1016/16 = 63/16 = 3/16 =3

8 F 3

čteme

=> $1016_{(10)} = 3F8_{(16)}$

nebo

123 : 16 = 7	zbytek 11 = B
7 : 16 = 0	zbytek 7

Tedy $123_{(10)} = 7B_{(16)}$

Převod z dvojkové do čtyřkové, osmičkové nebo šestnáctkové soustavy

Pokud máme číslo ve dvojkové soustavě, do osmičkové či šestnáctkové ho můžeme převést snadno následujícím způsobem:

1111011		$1111011_{(2)}$	Původní dvojkové číslo.
01 11 10 11	1 3 2 3	$1323_{(4)}$	Původní dvojkové číslo rozdělíme zprava na skupiny po dvou číslicích a každou dvojici zvlášť převedeme na desítkové číslo. (Převádíme-li z dvojkové do osmičkové soustavy, vždy ***dva bity*** představují jeden znak čtyřkové soustavy.)
001 111 011	1 7 3	$173_{(8)}$	Původní dvojkové číslo rozdělíme zprava na skupiny po třech číslicích a každou trojici zvlášť převedeme na desítkové číslo. (Převádíme-li z dvojkové do osmičkové soustavy, vždy ***tři bity*** představují jeden znak osmičkové soustavy.)
0111 1011	7 11 → 7 B	$7B_{(16)}$	Původní dvojkové číslo rozdělíme zprava na skupiny po čtyřech číslicích a každou čtveřici zvlášť převedeme na desítkové číslo. (Převod z dvojkové do šestnáctkové: vždy ***čtyři bity*** představují jednu cifru (znak) šestnáctkové soustavy.)

Převod z dvojkové, čtyřkové, osmičkové a šestnáctkové soustavy do desítkové

Číslo ve dvojkové soustavě:	1	0	1	1	1	0	1	0	(2)
Rozpis dle váhových pozic:	$1 * 2^7$	$0 * 2^6$	$1 * 2^5$	$1 * 2^4$	$1 * 2^3$	$0 * 2^2$	$1 * 2^1$	$0 * 2^0$	
Součet:	128	+ 0	+ 32	+ 16	+ 8	+ 0	+ 2	0	$= 186_{(10)}$

Číslo ve čtyřkové soustavě:	2	3	2	0	1	(4)
Rozpis dle váhových pozic:	$2 * 4^4$	$3 * 4^3$	$2 * 4^2$	$0 * 4^1$	$1 * 4^0$	
Součet:	512	+ 192	+ 32	+ 0	+ 1	$= 737_{(10)}$

Číslo ve osmičkové soustavy:	7	0	4	2	(8)
Rozpis dle váhových pozic:	$7 * 8^3$	$0 * 8^2$	$4 * 8^1$	$2 * 8^0$	
Součet:	3 584	+ 0	+ 32	+ 2	$= 3\,618_{(10)}$

Číslo v šestnáctkové soustavě:	1	B	A	(16)
čili	1	11	10	
Rozpis dle váhových pozic:	$1 * 16^2$	$11 * 16^1$	$10 * 16^0$	
Součet:	+ 256	+ 176	+ 10	$= 442_{(10)}$

Operace ve dvojkové soustavě

Sčítání

```
   0        0        1        1
  +0       +1       +0       +1
-----    -----    -----    -----
   0        1        1      1 ← 0
```

Šipka ← znamená přenos do vyššího řádu.

Příklad:

```
  1011,01
  +101,11
---------
 10001,00
```

Odčítání

Při odčítání odečítané číslo (menšitel) převedeme na inverzní číslo (nuly zaměníme za jedničky a jedničky za nuly) a přičteme +1 – vytvoříme tzv. ***doplněk***. Tento doplněk pak přičteme k číslu, od kterého se mělo odečítat (k menšenci). (Menšenec – menšitel = rozdíl)

43 - 37	
43	0101011
37	0100101
inverzní číslo	1011010

doplněk	1011010 + 1
	1011011

43	0101011
+ doplněk	+ 1011011
rozdíl	1 ← 0000110

6 $_{(10)}$

Rozdíl je roven součtu (čísla, od kterého odečítáme a doplňku odečítaného čísla), ve kterém vynecháme přenos do nejvyššího řádu.

Násobení

```
         1  0  1  1  ,  1
      x     1  0  1  ,  1
         1  0  1  1     1
      1  0  1  1  1
1  0  1  1  1
-------------------------
1  1  1  1  1  1  1  ,  0  1
```

Kód násobence postupně násobíme číslicemi jednotlivých řádů násobitele, a potom se všechny dílčí sumy sčítají s posuvem vždy o jeden řád – čili, násobíme-li 1, přičteme násobenec s příslušným posuvem k sumě dílčích součinů.

Dělení

```
1  0  0  0  1  0  0  1   : 1010 = 1101
-  1  0  1  0
   ----------
      1  1  1  0
   -  1  0  1  0
      ----------
         1  0  0  0  1
         -  1  0  1  0
            ----------
               1  1  1
```

- sepíšu další číslo – číslo, které vznikne musí být větší než to, kterým dělím
- pokud není větší, zapíšu do výsledku 0 a sepíšu další číslo

Dělení se ve dvojkové soustavě provádí postupným odečítáním dělitele od odpovídajících řádů dělence.