

Vektory

- Jsou dány vektory $\mathbf{u} = (2; 1+t)$, $\mathbf{v} = (-t; -3)$. Najděte takovou hodnotu parametru $t \in \mathbf{R}$, aby vektory
 - byly lineárně závislé
 - měly stejnou velikost.
 - Body A [0; 1; 1], B [1; 3; 2], C [-2; 2; 0] a D [-1; y; 2] leží v jedné rovině. Doplňte chybějící souřadnici bodu D.
 - Jsou dány body A [1; -1], B [8; -1], C [2; 3].
 - Dokažte, že body A, B, C jsou vrcholy trojúhelníka.
 - Vyjádřete vektory umístěné v těžnicích trojúhelníka.
 - Body A [1; 3], B [-7; -1], C [-3; -4], D [5; 0] jsou vrcholy:
 - čtverce
 - kosodélníka
 - kosočtverce
 - obdélníka
 - Body A [0; -2; -4], B[-1; 0; -3], C [-4; -2; 0], D [-3; -4; -1] jsou vrcholy:
 - rovnoběžníka
 - lichoběžníka
 - deltoidu
 - jiného čtyřúhelníka
 - Čtyřúhelník ABCD, kde A [0; 1; 1], B [-3; 4; 1], C [5; 1; 6], D [7; -1; 6], je:
 - pravoúhelník
 - kosočtverec
 - kosodélník
 - lichoběžník
 - Určete reálná čísla k, l taková, že pro vektory $\mathbf{u} = (-4; -2)$, $\mathbf{v} = (2; -7)$, $\mathbf{w} = (-2; 0)$ platí $\mathbf{u} = k\mathbf{v} + l\mathbf{w}$.
 - Určete reálná čísla k, l taková, že pro vektory $\mathbf{u} = (6; 4; 2)$, $\mathbf{v} = (2; 2; 6)$, $\mathbf{w} = (3; 1; 3)$ platí $\mathbf{u} = k\mathbf{v} + l\mathbf{w}$.
 - Je dán pravidelný čtyřboký jehlan, délka hrany AB je 6 cm a výška jehlanu je 8 cm. Zvolte vhodně soustavu souřadnic v prostoru a vypočtěte:
 - délku boční hrany
 - velikost úhlu, který svírají hrany AV a CV
 - velikost úhlu, který svírá boční hrana s rovinou podstavy.
 - Najdi souřadnice středu kružnice opsané trojúhelníku ABC, kde A [4; -1], B [7; 2], C [-2; 11].
-

Návod:

2. Pokud leží body A, B, C, D v jedné rovině, pak je možné vektory $u = B - A$, $v = C - A$, $w = D - A$ umístit do téže roviny, což nastane právě tehdy, jsou-li tyto vektory lineárně závislé $w = ku + lv$.

3. Např. těžnice $t_a = A' - A$, kde A' je střed strany BC.

4. Vektory a a c mají stejnou velikost a jsou nesouhlasně rovnoběžné. Vektory a a b nejsou rovnoběžné (body A, B, C neleží v přímce) ani kolmé (čtyřúhelník není pravoúhelník) a mají různou velikost (čtyřúhelník není rovnostranný).

5. Vektory a a c mají stejnou velikost a jsou nesouhlasně rovnoběžné, totéž platí pro vektory d a b . Sousední strany mají různou velikost.

6. Vektory a a c nemají stejnou velikost a jsou nesouhlasně rovnoběžné. Vektory c a b nejsou kolineární, proto body A, B, C neleží na jedné přímce.

7. Sestavíš soustavu tří rovnic pro jednotlivé souřadnice zadaných vektorů.

8. viz. 7.

9. Vhodně umístí čtyřboký jehlan do soustavy souřadnic.

Např. D [0; 0; 0] pak, A [0; 6; 0], B [6; 6; 0], C [6; 0; 0], V [3; 3; 8].

a) délka boční hrany je velikost vektoru např. $V - A$

c) velikost úhlu mezi hranou AV (vektor $V - A$) a úhlopříčkou podstavy (vektor $C - A$)

10. Střed kružnice opsané má stejnou vzdálenost od bodu A, B i C. Sestav 2 rovnice o 2 neznámých (souřadnice středu).

Řešení:

1. a) $k = -1$, $t = 2$ nebo $k = 1,5$, $t = -3$

b) $t = 3$

2. $y = 3$

3. a) $B - A$ a $C - A$ nejsou kolineární (jeden není násobkem druhého).

b) $t_a = (4; 2)$, $t_b = (-6; 5; 2)$, $t_c = (2; 5; -4)$

4. b)

5. a) (kosodélník)

6. d)

7. $k = \frac{2}{7}$; $l = \frac{16}{7}$

8. soustava nemá řešení $\Rightarrow k, l$ neexistují

9. a) $|AV| = \sqrt{82}$

b) $\alpha = 55^\circ 53'$

c) $\beta = 62^\circ 04'$

10. S [1; 5]