

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

1. Na 200 výrobcích byla zjišťována přítomnost dvou vad A a B. Zjistilo se, že deset výrobků má jen vadu A, patnáct má jen vadu B a šedesát obě dvě vady současně. Ovlivňuje výskyt vady B taky výskyt vady A?

Návod: Je třeba vypočítat $P(A)$, $P(A/B)$ a porovnat je.

Řešení: $P(A) = 70/200$; $P(A/B) = 0,8 > P(A)$. To znamená, že výskyt vady B ovlivňuje výskyt vady A.

2. Ze zásilky 200 žárovek, víme, že je v ní 15 vadných. Vybereme náhodně dvě, jaká je pravděpodobnost, že budou obě vadné?

Řešení: $P(A \cap B) = 0,005$

3. Dva dělníci, vyrábějící stejný výrobek, se liší produktivitou a kvalitou práce. První vyrábí 60 % denní produkce, avšak z toho je 10 % zmetků, druhý vyrábí pouze 40 % denní produkce, ale jen s 5 % zmetků. Jaká je pravděpodobnost, že vyberu zmetek od prvního dělníka?

Řešení: $P(A/B) = 0,06$.

4. Škodovka má v pojistkové skříňce 6 pojistek. Tři z nich vyhořely. Jaká je pravděpodobnost, když tři vyndám, že to budou ty tři spálené?

Řešení: $P(A1 \cap A2 \cap A3) = 0,05$

Nezávislé jevy

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

1. Při výrobě pístů se kontroluje jejich výška a šířka. Měřením bylo zjištěno, že 8 % z nich nevyhovuje výškou a 6 % šířkou. Jaká je pravděpodobnost, že vyrobený píst bude mít obě vady současně? Kolik jich bude mít alespoň jednu vadu?

Řešení: Asi 0,5 % výrobků bude mít obě vady současně, ale kazových jich bude asi 14 %.

2. Pravděpodobnost, že bude výrobek bez závad, je u prvního výrobku 0,9; u druhého 0,8 a u třetího 0,7. S jakou pravděpodobností budou všechny tři výrobky bez závad? A s jakou pravděpodobností budou všechny tři výrobky mít závadu?

Řešení: Pravděpodobnost, že všechny tři výrobky budou bez závad je 50,4 % a pravděpodobnost, že všechny tři výrobky budou mít závadu je 0,6 %.

Úplná pravděpodobnost

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) \cdot P(B_i)$$

1. Zajímá nás dokončení stavby baráku. Dělníci na stavbě nejsou spokojeni s platovými podmínkami a jsou ve stávkové pohotovosti. Na základě jednání s odborovými předáky je pravděpodobnost stávky 60 %. Kdyby nedošlo ke stávce, byla by stavba s 85 % dokončena včas. Kdyby ke stávce došlo je tato pravděpodobnost 35 %. Jaká je teď pravděpodobnost, že stavba bude dokončena v termínu za jakýchkoliv okolností?

Návod: jev A ... stavba dokončen včas; jev B ... došlo ke stávce; jev B' ... ke stávce nedošlo

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A|B) \cdot P(B) + P(A|B') \cdot P(B')$$

Řešení: Stavba bude dokončena včas s 55% pravděpodobností.

2. Půjčujeme si osobní vozy z různých půjčoven. 60 % pochází od firmy RENTCAR, 30 % od AVISu, 10% od LEASu. Bylo zjištěno, že 9 % vozů od RENTCARu, 20 % od AVISu, 6 % od LEASu se porouchá. Jaká je pravděpodobnost, že se libovolné auto porouchá?

Návod: jev A ... porouchané auto; jev B ... auto je od firmy $\Rightarrow P(B_1); P(B_2); P(B_3)$

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) + P(B_3) \cdot P(A|B_3)$$

Řešení: 12 % vozů se porouchá.